

## ПОКАЗАТЕЛИ РИСКА И ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗАХ

Белодеденко С.В., Гречаний А.Н., Ибрагимов М.С.

Национальна металлургическая академия Украины

**Abstract.** The method of the resource safety index is justified. It is used to assess reliability, with both gradual and sudden failures. A model of the periodicity of emissions for mechanical systems of industrial production is developed. **Key words:** safety index, failure.

**Подходы к трактовке статистического запаса.** В теории надежности обычно фигурирует представление вероятности отказа пропорционально площади перекрытия под правой ветвью графика плотности распределения показателя действующего повреждающего процесса  $f(y)$  и под левой ветвью такого же графика показателя сопротивляемости системы  $f(Y)$ . Исходя из этого вероятность отказа  $Q$  определяется через статистический запас  $\gamma$  и функцию Лапласа  $\Phi$ :

$$Q = \Phi(\gamma). \quad (1)$$

Для нормально распределенных независимых показателей  $y$  и  $Y$  (при  $Y > y$ ) имеем:

$$\gamma = \frac{\bar{Y} - \bar{y}}{\sqrt{S_Y^2 + S_y^2}}, \quad (2)$$

где  $\bar{Y}$  и  $\bar{y}$ ,  $S_Y$  и  $S_y$  - соответственно, медианные значения и среднеквадратические отклонения (СКО) показателей  $y$  и  $Y$ .

Статистический запас в данной формулировке, называемый в литературе индексом безопасности Корнелла (Cornell's safety index) [1], можно интерпретировать как минимальное расстояние от центра  $O$  до линии, соответствующей уравнению  $\varepsilon = Y - y$ , которая разделяет работоспособное состояние (safe) от неработоспособного (failure, рис.1). Положение центра  $O$  определяется безразмерными показателями технического состояния  $\gamma_y = \bar{y}/S_y$  и  $\gamma_Y = \bar{Y}/S_Y$ , которые являются обратными к коэффициентам вариации величин  $y$  и  $Y$ . Знаменатель формулы (2) является СКО величины  $\varepsilon$ . Метод статистического запаса (в литературе его называют first - order second-moment method [2,3]) получил развитие на ситуацию многомерной надежности, когда объект находится под действием мультидеградационных процессов, каждый из которых имеет индекс безопасности  $\gamma_i$ , полученный по (2). Тогда формула (1), определяющая вероятность предельного состояния, преобразуется в  $Q = \Sigma \Phi(\gamma_i)$  [4]. Это подтверждает правомерность применения правила суммирования рисков системы.

Описанный подход годится для внезапных отказов; для постепенных отказов он достаточно условен, а для оценки усталостных отказов – малоэффективен. Придав индексу безопасности и статистическому запасу ресурсную трактовку, появляется возможность использовать формулу (1) для постепенных отказов. В этом случае вероятность отказа представляется посредством сравнения функций распределения наработки  $t_P$  и ресурса  $T_P$ , а в общем случае- посредством сравнения распределения показателей  $y_P$  и  $Y_P$  (рис.2). Для ее определения используется область положительных квантилей  $u_Q$  для графика  $t_P$  и  $y_P$  и область отрицательных квантилей -  $u_Q$  для графиков  $T_P$  и  $Y_P$ . Вероятность отказа в виде ее квантиля будет соответствовать точке пересечения этих графиков (рис.2). В этом же месте индекс

безопасности  $\beta_{\Sigma R}$  становится равным нулю. Учитывая, что наклон графиков  $t_P$  и  $T_P$  определяется СКО наработки и ресурса  $S_T$  и  $S_Y$ , при таком подходе статистический запас будет:

$$\gamma = \frac{\bar{Y} - \bar{y}}{S_Y + S_y} \quad (3)$$

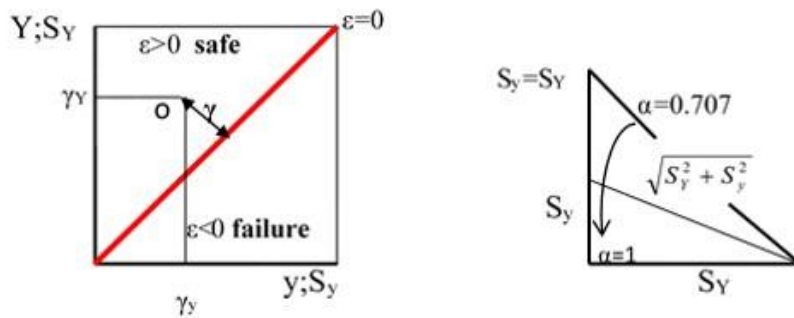


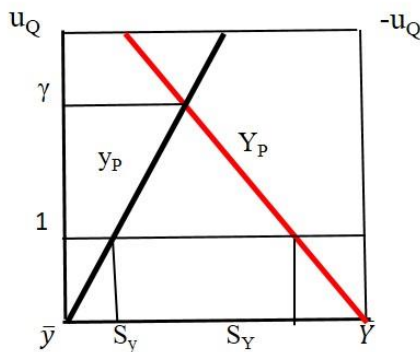
Рис.1. К определению статистического запаса (справа) и поправки  $\alpha$  к нему (слева).

Данная зависимость по своей структуре аналогична индексу безопасности Корнелла, где используется нормальное распределение величины  $\ln T$  [1,4]. Разница между двумя подходами в поиске вероятности отказа заключается в том, что при сравнении плотностей распределения  $f(y)$  и  $f(Y)$  для нахождения величины  $\gamma$  по (2) в ее знаменателе используется гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами в виде СКО  $S_Y$  и  $S_y$  (рис.1). При сравнении же функций распределения показателей технического состояния в знаменатель (3) подставляется сумма катетов или СКО  $S_Y$  и  $S_y$  (рис.1, справа). Такая форма используется в алгоритме поиска общего запаса прочности по парциальным (partial) запасам факторов влияния [5]. При этом взаимосвязь между формулами (2) и (3) осуществляется посредством поправочной функции  $\alpha(y/Y)$ :

$$\sqrt{S_y^2 + S_Y^2} = (S_y + S_Y) \cdot \alpha(y/Y) \quad (4)$$

Ее значение заключено в диапазоне от 0.707 до 1.0. Если принять  $\alpha=0.75$ , то при запасе  $Y/y=0.25-4.0$  расхождение между результатами, получаемыми по (2) и (3) не превысит 10% [6]. Значение  $\alpha=0.707$  соответствует ситуации равенства СКО  $S_Y = S_y$  (рис.1, справа). Тогда размер поправки можно устанавливать по зависимости, вытекающей из линейного вида функции  $\alpha(y/Y)$ :

$$\alpha = 1 - 0.293 \frac{S_y}{S_Y} \quad (5)$$



Отношение СКО здесь должно быть больше единицы. При  $(S_y/S_Y) < 1$  следует принять в (5) обратное отношение СКО  $S_Y/S_y$ .

Рис.2. К определению статистического запаса при сравнении функций распределения диагностического параметра.

Таким образом, второй подход (метод ресурсного индекса безопасности  $\beta_{\Sigma R}$ ) является более консервативным, способствуя снижению риска и обеспечению гарантированной безопасности. Такая трактовка вероятности отказа логично вытекает из определения индекса безопасности на основе запаса ресурса (точнее, запаса

долговечности, поскольку иногда под ресурсом понимают запас). Описанный принцип нахождения статистического запаса ресурса вполне оправдан, поскольку СКО долговечности значительно больше, чем СКО наработки:  $S_T \gg S_t$ .

**Индекс безопасности при внезапных отказах.** Один из путей повышения надежности связан со снижением доли внезапных отказов в их общем количестве. В стратегиях обслуживания по техническому состоянию, благодаря активному использованию средств технической диагностики, удастся обнаружить часть дефектов на ранней стадии, не давая им перерасти в отказ. За этот счет сокращается число постепенных отказов  $N_p$ , которые возникают в не диагностируемых объектах. В диагностируемых системах количество постепенных отказов  $N_{pd}$  зависит от закона вероятности выявления дефекта  $P_d(t)$ :  $N_{pd} = N_p(1 - P_d(t))$ . Общий уровень надежности и безопасности возрастает пропорционально доле постепенных отказов в их сумме с внезапными отказами.

Речь идет о трансформации отказов внезапного типа в отказы постепенного типа. Такая процедура осуществима, если есть возможность представить деградационный процесс как случайный. Тогда наработка  $t$  может выступать в качестве диагностического параметра, что очень удобно, поскольку она принадлежит к кругу естественных источников информации. Величина  $t$  как прямой диагностический признак используется для расчета индекса безопасности, который является комплексной характеристикой технического состояния при постепенных отказах. Следовательно, имеется предпосылка для гармонизации получения обобщенного показателя  $\beta_{\Sigma R}$  для технических систем.

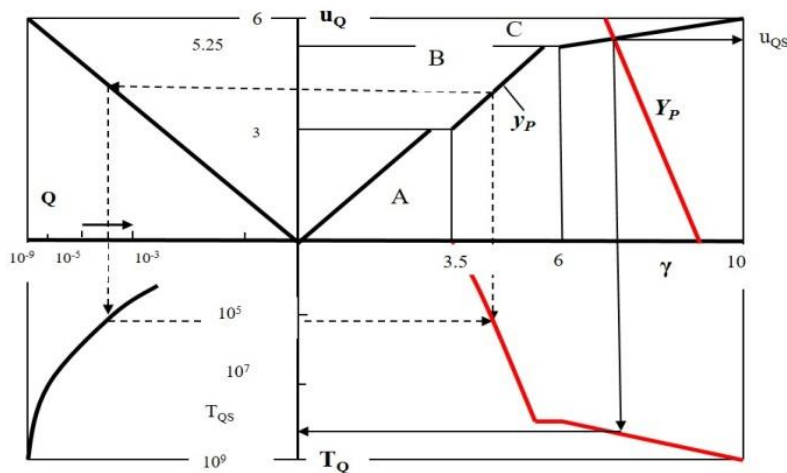
Используя теорию выбросов, можно установить периоды осмотров объектов, если случайный деградационный процесс не ведет к потере работоспособности, а лишь является фактором дерегуляции. Процесс нагружения механических систем ведет к потере работоспособности, как от усталости (при его контроле – отказ постепенного типа), так и от статического разрушения при перегрузке. Собственно, перегрузка и является выбросом. Модель их поведения чрезвычайно сложно проследить экспериментально, поскольку появление перегрузок зависит от случайных факторов, которые не всегда известны. Помощь в решении этого вопроса оказывает информация об основном (проектном, штатном) процессе нагружения. К ней относится, прежде всего, эффективная частота процесса и СКО нормально распределенной нагрузки (напряжения)  $S_y$  в штатных условиях эксплуатации (А, рис.3). Величина перегрузки может измеряться посредством пик-фактора  $\gamma = \bar{y}/S_y$ , который является безразмерной величиной, распределенной в запроектной области эксплуатации экспоненциальным распределением Райса (В, рис.3) [7,8]:

$$P = \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2}\right). \quad (6)$$

В области аварийно-экстремальных условий эксплуатации появление перегрузок

подчиняется двойному экспоненциальному распределению (С, рис. 3) [7]:

$$P = \exp(-\alpha_e \cdot \ln \gamma). \quad (7)$$



значения  $Y_P$ .

Рис.3.Схема формирования диаграммы периодичности выбросов  $T_Q$  (пунктирные стрелки) и нахождения долговечности при внезапном отказе  $T_{QS}$  (сплошные стрелки) по функциям распределения параметра  $y_P$  и его допустимого

Принятое на уровне гипотезы значение  $\alpha_e=9$  было подтверждено для процесса нагружения трубопрокатного стана путем фиксирования фактов разрушения предохранительных устройств от перегрузок. Данные уравнения можно аппроксимировать в координатах безразмерных показателей квантиль нормального распределения  $u_P$  – пик-фактор  $\gamma$  следующим образом:

$$u_P = -\frac{1}{2} + \gamma \quad \text{ - область B: } 3 < u_P \leq 5.25, \quad 3.5 < \gamma \leq 6, \quad (8)$$

$$u_P = \frac{66}{16} + \frac{16}{3} \gamma \quad \text{ - область C: } 5.25 < u_P \leq 6, \quad 6 < \gamma \leq 10. \quad (9)$$

Квантиль вероятности отказа, определяемый точкой пересечения графиков функций распределения нагрузки и прочности  $u_P$  и  $Y_P$ , для данной аппроксимации определяется так:

$$u_Q = \frac{\bar{Y} - \bar{y} - 0.5S_y}{S_y + S_Y} \quad \text{ - область B,} \quad (10)$$

$$u_Q = \frac{\bar{Y} - \bar{y} + 22S_y}{5.33S_y + S_Y} \quad \text{ - область C.} \quad (11)$$

Для аналитического или машинного расчета взаимосвязь квантиль  $u_Q$  - вероятность отказа  $Q$  можно производить посредством зависимости (II квадрант, рис.3) [9]:

$$Q = 0.65 \exp \left[ -0.443 (0.75 + u_Q)^2 \right]. \quad (12)$$

Переход от параметрически-силовой трактовки вероятности внезапного отказа к ресурсной осуществляется на основании того, что долговечность по однократному внезапному отказу (статическому разрушению)  $T_Q$  является обратной к вероятности отказа  $Q$ :  $T_Q = Q^{-1}$  (III квадрант, рис.3).

При сравнении функций распределения нагрузки и прочности  $u_P$  и  $Y_P$  также определяется кинетика изменения вероятности отказа во времени (III квадрант, рис.3). Зависимость  $Q(\lg T)$  показывает, как растет риск в процессе эксплуатации (чем больше квантиль  $u_Q$ , тем меньше вероятность отказа  $Q$  – шкала  $Q$  неравномерна и растет к началу координат). Данная зависимость – аналог функции надежности. Последнюю легко получить в явном виде  $P(t)$ , учитывая, что  $P=1-Q$ . В результате можно получить кривую периодичности выбросов  $T(\gamma)$  (IV квадрант, рис.3), которая является аналогом кривой усталости. С ее помощью определяется долговечность при статическом разрушении  $T_{QS}$  (сплошные стрелки, рис.3), которая характеризует положение диаграммы безопасности, поскольку  $\beta_{R0} = \lg T_{QS}$ .

Алгоритм нахождения ресурсного индекса безопасности для внезапных отказов удобно разобрать на **примере**. Элемент механической системы эксплуатируется при нагружении, сопровождающемся периодическими перегрузками. Элемент разрушается при напряжении  $\bar{\sigma}_f = 500 \text{ МПа}$ , которое имеет смысл медианной величины сопротивляемости  $\bar{Y}$ . Коэффициент вариации этой нормально распределенной величины принят равным 10%, что соответствует СКО  $S_Y = 50 \text{ МПа}$ . Периодически- случайный процесс нагружения характеризуется средней величиной максимального напряжения цикла  $\bar{\sigma}_{\max} = 50 \text{ МПа}$ , которое в диагностическом

аспекте имеет смысл параметра  $\bar{y}$ . Вариация показателя  $\sigma_{\max}$ , который также нормально распределен, составляет 50%, тогда СКО будет  $S_y=25\text{MPa}$ . Эффективная частота процесса нагружения составляет 1Гц. Запас прочности равный  $n_\sigma = \bar{Y}/\bar{y} = \bar{\sigma}_f/\bar{\sigma}_{\max} = 10$  не вызывает опасений, как и вероятность разрушения при штатном нагружении, найденная с помощью формулы (2). С учетом распределения перегрузок квантиль вероятности разрушения по (11) будет  $u_Q=5.45$ . Полученное значение больше, чем  $u_Q=5.25$ , что говорит о правильности использования данной формулы для экстремально-аварийных условий эксплуатации. Такой же результат будет для всех подобных сочетаний  $u_P$  и  $Y_P$ , то есть для всех  $n_\sigma=10$  и указанных вариаций. Найденный квантиль по (12) соответствует вероятности отказа  $Q=2.6 \cdot 10^{-8}$ , что, в общем-то, находится в пределах приемлемого риска. Долговечность при статическом разрушении прогнозируется как  $T_{QS}=3.8 \cdot 10^7$  циклов, что обеспечивает срок эксплуатации  $T_{QS}=10555$  часов. Тогда исходный индекс безопасности будет  $\beta_{R0}=\lg 10555=4.02$ .

Если в результате жестких условий эксплуатации (коррозия, трещины) происходит деградация прочности и разрушающее напряжение снижается до  $\bar{\sigma}_f = 300\text{MPa}$ , а уровень нагруженности возрастет до  $\bar{\sigma}_{\max} = 100\text{MPa}$  при вариации 20%, то результаты прогноза существенно изменятся. СКО становятся близки друг другу-  $S_y=20\text{MPa}$ ,  $S_Y=30\text{MPa}$ . Поэтому есть основание принять во внимание поправку  $\alpha=0.75$ , получаемую по (5). Тогда для определения величины  $u_Q$  используется формула (100,) в виде:  $u_Q=(300-100 \cdot 0.5 \cdot 20)/[(20+30) \cdot 0.75]=5.07$ . В результате имеем:  $Q=3.1 \cdot 10^{-7}$ ,  $T_{QS}=400$  часов и  $\beta_{R0}=2.95$ .

Таким образом, оценка долговечности по появлению перегрузок актуальна при продлении срока службы оборудования длительного ресурса. Узлы ограниченного ресурса регулярно восстанавливаются, а базовые элементы механических систем, зачастую остаются без внимания, что нецелесообразно.

## Литература

1. Cornell C. A. A Probability Based Structural Code // ACI-Journal.- № 12, Vol. 66.- 1969. – pp. 974-985.
2. Freudenthal A. M. Safety and the Probability of Structural Failure// Transactions, ASCE.- 1956.- Vol. 121.- pp. 1337-1397.
3. Freudenthal A. M. The Safety of Structures// Transactions, ASCE.-1947.- Vol. 112.- pp. 125-180.
4. Shinozuka M. Basic analysis of structural safety// Journal of Structural Engineering.-1983.- Vol. 109, No, 3.-pp.721-740.
5. Huther M. Probabilistic and semi- probabilistic format in fatigue ship classification rules/ M. Huther, S.Maherault, G.Parmentier, G.Cesarine // Fatigue testing and analysis under variable amplitude loading.-Mayfield, PA: ASTM, 2005.-P.535-543.
6. Ravindra M.K., Heaney A.C., Lind N.C. Probabilistic evaluation of safety factors.-1969.- 13P.- [http://www.e-periodica.ch/bse-re-001\\_1969\\_4\\_63/](http://www.e-periodica.ch/bse-re-001_1969_4_63/).
7. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312с.
8. Белодеденко С.В. Оценка безопасной долговечности элементов конструкций при проектировании и эксплуатации технологического оборудования / Заводская лаборатория. Диагностика материалов.-2005.-№6.-с.40-46.
9. Надежность и эффективность в технике: Справочник. В 10 т. - М.: Машиностроение, 1989. - Т. 7. Качество и надежность в производстве / Под ред. И.В. Аполлонова. - 280 с.